

CLASSE DE MP

Programme de colle N°2

semaine du 23/9/2019 au 27/9/2019

- RÉVISION DU PROGRAMME PRÉCÉDENT
- RÉDUCTION DES ENDOMORPHISMES ET DES MATRICES CARRÉES
 - **Généralités**
Matrices semblables. Sous-espace stable par un endomorphisme. Endomorphisme induit.
 - **Éléments propres d'un endomorphisme, d'une matrice carrée**
Droite stable par un endomorphisme. Valeur propre, vecteur propre (non nul), sous-espace propre.
La somme d'une famille finie de sous-espaces propres est directe.
Le spectre d'un endomorphisme d'un espace de dimension finie n est fini, et de cardinal au plus n .
Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres et spectre d'une matrice carrée.
Deux matrices semblables ont même spectre.
Si \mathbb{K} est un sous-corps de \mathbb{K}' et si $M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, le spectre de M dans \mathbb{K} est contenu dans le spectre de M dans \mathbb{K}' .
 - **Polynôme caractéristique**
Attention : Le polynôme caractéristique est unitaire, c'est maintenant $\det(Xid - u)$
Polynôme caractéristique d'une matrice carrée, d'un endomorphisme, d'un espace vectoriel de dimension finie. Les étudiants doivent connaître les valeurs des coefficients de degrés 0 et $n - 1$.
Les racines du polynôme caractéristique sont les valeurs propres. Multiplicité d'une valeur propre.
Polynôme caractéristique d'une matrice triangulaire. Polynôme caractéristique d'un endomorphisme induit.
 - **Endomorphismes et matrices carrées diagonalisables (seulement la définition, cette semaine)**
Un endomorphisme d'un espace vectoriel E de dimension finie est dit diagonalisable s'il existe une base de E dans laquelle sa matrice est diagonale.
Une matrice carrée est dite diagonalisable si l'endomorphisme de \mathbb{K}^n canoniquement associé est diagonalisable.

Attention : Pas encore les endomorphismes diagonalisables ni les polynômes d'endomorphismes

Séance de révisions sur l'algèbre linéaire de MPSI : tous ingrédients dont voici les grands titres.

Pour plus de précision, se reporter au programme de MPSI :

http://cache.media.education.gouv.fr/file/special_3_ESR/45/6/programme-MPSI_252456.pdf

- Espaces vectoriels, sev, espaces en somme directe, supplémentaires
Savoir montrer qu'une famille est libre, génératrice, est une base (finie ou infinie)
Savoir résoudre un système par la méthode du pivot de Gauss
Savoir trouver la dimension d'un espace vectoriel de dimension finie
Pouvoir reconnaître dans des cas simples que le sev F est l'espace vectoriel engendré par une famille
Savoir trouver le noyau, l'image d'une application linéaire.
Savoir utiliser le théorème du rang.
- Matrices :
Savoir trouver le rang d'une matrice.
Savoir déterminer si une matrice est inversible. Dans l'affirmative, savoir trouver son inverse (cas simples)
Connaître la définition de matrices équivalentes, semblables.
Matrices par blocs, produit de matrices par blocs
Savoir calculer rapidement un déterminant par développement selon une ligne, une colonne.

Cette séance est faite en lien direct avec le programme de la semaine : on peut ne faire qu'une seule séance d'1h1/2, révisant des notions de première année en lien avec ces notions nouvelles. En un mot, aider à la compréhension de ce cours, sachant que les incompréhensions viennent souvent d'une maîtrise insuffisante du programme de 1ère année.

Je sais qu'en 1h1/2 on ne peut vraiment pas tout faire, mais votre intervention peut débloquent certains, et vous pouvez m'indiquer dans le cahier quelques points qui mériteraient que j'y revienne plus longuement.